Минобрнауки России
Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Федеральный исследовательский центр
«Карельский научный центр Российской академии наук» (КарНЦ РАН)

На правах рукописи

Макарова Мария Алексеевна

Научный доклад об основных результатах научно-квалификационной работы на тему: ”Оптимизация квантовых цепей с использованием метода квантового отжига”

Направление 09.06.01 «Информатика и вычислительная техника»

Научный руководитель:
д.ф.-м.н., профессор
Морозов Евсей Викторович

Петрозаводск – 2025

Введение

Актуальность темы. В настоящий момент квантовые вычисления относятся к инновационным направлениям исследований. В их основе лежат свойства квантовой механики, которые теоретически позволяют достичь более высокой скорости по сравнению с обычными вычислениями. Ключевое отличие от классических вычислений заключается в том, что традиционные компьютеры работают с использованием битов, которые могут находиться только в одном из двух базисных состояний (0 или 1) в любой момент времени, тогда как квантовые компьютеры обрабатывают квантовые биты (кубиты), которые могут находиться в суперпозиции базисных состояний благодаря квантовой суперпозиции. Это квантовое свойство в сочетании с квантовой запутанностью позволяет обрабатывать все возможные состояния одновременно, что делает квантовые вычисления невероятно мощными для решения определенных типов задач. Показательным примером является алгоритм Шора [25] для выполнения целочисленной факторизации, который решает задачу за полиномиальное время, в то время как классическим алгоритмам в лучшем случае требуется суперполиномиальное время [7].

Квантовые вычисления способны решать различные сложные прикладные задачи, решение которых является крайне затруднительным при использовании традиционных компьютеров. Известно, что решение задач комбинаторной оптимизации часто осложняется их экспоненциальной сложностью [27]. Примером такой задачи является задача планирования рабочего времени, играющая значительную практическую роль в сфере производства [35]. Из-за больших размерностей реальные задачи становятся трудноразрешимыми [4]. Однако для решения данной задачи был предложен алгоритм квантового отжига (КО), обладающий большей масштабируемостью [4]. Кроме того, NP-сложная задача коммивояжера широко используется в промышленности и маршрутизации [28], и для её решения было предложено несколько квантовых подходов [13, 28]. Квантовые алгоритмы, такие как алгоритм квантовой приближенной оптимизации, могут эффективно решать сложные задачи оптимизации и находят применение в логистике [19], финансах и т.д. Квантовое машинное обучение сочетает

в себе классические и квантовые алгоритмы для улучшения распознавания образов [8] и задач анализа данных. Квантовые компьютеры также способны моделировать другие квантовые системы с большей эффективностью, чем классические компьютеры [11], что важно для понимания и разработки новых материалов и технологий.

Однако, квантовые вычисления все еще находятся на начальном этапе своего развития, который называется периодом шумных квантовых вычислений среднего масштаба (Noisy Intermediate-Scale Quantum, NISQ) [20]. Для того чтобы реализовать весь потенциал квантовых вычислений, необходимо преодолеть множество существующих трудностей. Во-первых, из-за *высокой чувствительности кубитов к воздействию окружающей среды* квантовые вычисления должны выполняться при температуре, близкой к абсолютному 0 [15], для наиболее развитых технологий квантовых вычислений, основанных на сверхпроводниковых кубитах. Низкая температура позволяет кубитам оставаться когерентными, то есть поддерживать квантовые суперпозицию и запутанность [34] для выполнения сложных квантовых вычислений. Однако это едва ли достижимо из-за взаимодействия с окружающей средой (например, при измерении состояния кубита). Из-за шума окружающей среды нарушаются температурные требования, что приводит к потере когерентности кубитов. Также это приводит к утрате квантовых свойств [22] и появлению вычислительных ошибок. Проблема ненадежности квантовых вычислений накладывает ограничения на их использование. В настоящее время активно разрабатываются методы квантовой коррекции ошибок [26, 14, 29]. Кроме того, из-за ограниченной когерентности кубитов (длящейся от миллисекунд до нескольких секунд [3]), NISQ устройства имеют так называемое *ограничение взаимодействия* [6], означающее, что квантовые операции могут выполняться только на кубитах, физически близких друг к другу (соседствующих). Для этого в качестве топологической связности обычно используется архитектура ближайшего соседа (БС). В случае, когда локальные кубиты, взаимодействующие внутри КЦ, не являются соседними, их необходимо отобразить на топологии квантового устройства [6], а такая задача отображения ранее была тщательно изучена для линейной архитектуры [21, 5, 24, 31], а также для двумерной [33] и трёхмерной архитектур [2]. Более того, квантовое оборудование имеет *ограниченное количество кубитов* (например, крупнейший квантовый процессор Condor, разработанный компанией `IBM`, имеет 1121 кубит [10], `D-Wave Advantage 2` имеет более 7000 кубитов [17]) . Несмотря на вышеперечисленные ограничения и сложности, область квантовых технологий быстро развивается, чему способствуют как академические исследования, так и вложения частного сектора.

Существует несколько моделей квантовых вычислений, среди которых модель

квантовой цепи (КЦ) занимает важное место благодаря своей универсальности [30]. Это означает, что любую унитарную операцию можно представить в виде КЦ [23]. Подобно классическим цепям в традиционных вычислениях, КЦ служат строительными блоками для квантовых алгоритмов и состоят из последовательности квантовых вентилей, выполняющихся на логических кубитах. Для выполнения КЦ (или унитарной операции) на квантовом оборудовании необходимо разложить её на последовательность элементарных вентилей, соответствующих конкретному аппаратному оборудованию [36]. Более того, как упоминалось ранее, архитектуры квантового оборудования часто накладывают физические ограничения, такие как условие БС, которое позволяет применять вентиль только к физически соседствующим кубитам. В связи с этим логические кубиты внутри КЦ должны быть отображены на соседние физические кубиты, встроенные в аппаратную архитектуру. Для упрощения такого отображения используется вспомогательный двухкубитный вентиль обмена (SWAP), который меняет местами пару взаимодействующих логических кубитов, обеспечивая их расположение на соседних позициях физической топологии. С учетом высокой стоимости применения SWAP вентилей целесообразно сократить их количество.

Степень разработанности темы. Задача оптимизации КЦ активно исследуется в настоящее время, и для её решения было разработано множество подходов. Подходы варьируются в зависимости от способа представления КЦ и применяемых методов оптимизации. Например, цепи часто рассматриваются с учетом условия БС, и для сокращения числа SWAP вентилей используется эвристический подход (метаэвристический алгоритм муравьиной колонии [2]). В [5] оптимизация проводится путем переупорядочивания кубитов с целью уменьшить число SWAP, необходимое на линейной (одномерной, 1D) БС (ЛБС) архитектуре. В [1] КЦ представлена в виде графа, где ребра обозначают взаимодействия между каждой парой контрольного и целевого кубитов, а веса этих ребер равны количеству раз, когда данная пара кубитов встречается в КЦ. Для минимизации числа SWAP вентилей проводится перестановка кубитов в двумерной (2D) БС архитектуре с применением алгоритма гармонического поиска, который представляет собой метаэвристический метод, основанный на градиентных подходах.

Помимо глобальной перестановки, кубиты могут быть переупорядочены локально, т.е. только те кубиты, которые используются в описании текущего вентиля (или набора вентилей), подвергаются изменению порядка. В [12] авторами предлагается эвристика прогнозирования, основанная на выборе оптимальной перестановки кубитов (в зависимости от общей стоимости КЦ), чтобы текущий вентиль удовлетворял

БС условию. В [33] для локального переупорядочивания кубитов с минимально необходимым числом SWAP вентилей используется теория выполнимости булевых формул (Boolean satisfiability theory, SAT) в сочетании с эвристическим поиском A^*.

В данной работе рассматривается оптимизация КЦ путём переупорядочивания кубитов и предлагается два гибридных метода оптимизации КЦ, основанных на глобальном и локальном способах переупорядочивания кубитов, представленных в [5] и [33], соответственно. Предлагается заменить классическую составляющую данных подходов на КО, который является квантовым методом решения задач оптимизации. Выбор КО в качестве квантового компонента предлагаемых подходов обусловлен его способностью находить глобальный оптимум благодаря свойствам квантовой механики, в частности эффекту квантового туннелирования, который позволяет алгоритму избегать застревания в локальных оптимумах. Кроме того, насколько нам известно, КО не использовался для оптимизации КЦ ранее. В настоящее время КО находится на более высокой стадии разработки по сравнению с квантовыми вычислениями на основе КЦ. Например, КО, разработанный компанией `D-Wave` и представленный версией `Advantage_system5.4`, оснащён 5614 кубитами и 40050 связями между ними, в то время как Condor, разработанный `IMB`, имеет только 1121 кубит. Однако, стоит отметить, что КО является неуниверсальной моделью квантовых вычислений. Поскольку на практике КО действует как эвристический метод (из-за воздействия шума окружающей среды на квантовые вычисления), важным практическим вопросом становится его сходимость, которая была доказана в [18]. Таким образом, **целью данной научно-квалификационной работы** является разработка методов оптимизации КЦ путём переупорядочивания кубитов методом КО. Для достижения поставленной цели были сформулированы и решены следующие **задачи**:

1. провести обзор существующих методов оптимизации КЦ,
2. разработать и реализовать алгоритмы для выполнения глобального и локального переупорядочивания кубитов методом КО,
3. провести численные эксперименты для оценки эффективности предложенных методов,
4. проанализировать результаты и сравнить их с решениями, полученными классическими методами.

Научная новизна работы заключается в предложении методов оптимизации КЦ с использованием КО. В отличие от существующих подходов, основанных на

применении классического программного обеспечения (ПО), впервые реализована методика, использующая преимущества квантовых вычислений для повышения эффективности и качества оптимизации КЦ.

Практическая значимость работы. Прикладная значимость данной работы заключается в возможном ускорении процесса оптимизации КЦ ввиду уникальных свойств квантовой механики.

Методы исследования. В рамках научно-квалификационной работы осуществляется разработка программной реализации алгоритмов оптимизации КЦ, а также проведение численных экспериментов для оценки их эффективности на тестовых (эталонных) КЦ. Дополнительно выполняется анализ чувствительности параметров и их влияния на производительность методов, а также сравнительный анализ полученных результатов с существующими классическими подходами к оптимизации.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Алгоритм оптимизации КЦ путём глобального переупорядочивания кубитов методом КО,
2. Алгоритм оптимизации КЦ путём локального переупорядочивания кубитов методом КО.

Апробация работы.

Результаты работы представлялись на следующих конференциях:

1. XXII Международная конференция имени А. Ф. Терпугова «ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ» (ИТММ – 2023), Мальцева М. А. QUANTUM CIRCUIT OPTIMIZATION BY GRAPH PARTITIONING WITH QUANTUM ANNEALING. Томск, 4-9 декабря 2023 г.
2. Международный семинар SMARTY 2023, Мальцева М. А. Постерный доклад «Hybrid Quantum-Quantum Approach to Solve Quantum Circuit Optimization Problem». Петрозаводск, 21-25 августа 2023 г.

Публикации.

Scopus и WoS:

1. Blanzieri E., Pastorello D., Cavecchia V., Rumyantsev A., Maltseva M. Evaluating the convergence of tabu enhanced hybrid quantum optimization // Quantum Information Processing. 2023. 22 (5). С. 205. doi: 10.1007/s11128-023-03943-0

2. Maltseva M.A. Quantum circuit optimization via local qubit reordering by quantum annealing // Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitelnaja tehnika i informatika – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science. 2024. 69. С. 103—111. doi: 10.17223/19988605/69/11

3. Maltseva M.A., Blanzieri E., Rumyantsev A.S. Quantum Circuit Optimization Via Graph Partitioning by Quantum Annealing // Lobachevskii Journal of Mathematics. 2024. 45 (10). С. 5126—5140. doi: 10.1134/S1995080224604168

Публикации в периодических изданиях, индексируемых в ядре РИНЦ:

1. Мальцева М. А., Румянцев А. С. Проверка выполнимости булевых формул с помощью квантового отжига // Труды Карельского научного центра РАН. 2023. № 4. С. 41–49. doi: 10.17076/mat1783

Содержание главы 1:

1. Представлен обзор свойств квантовой механики, определение кубита, описание функционала некоторых квантовых вентилей (CNOT, Тоффоли, H, T, контролируемый-V, контролируемый-V^+), описание моделей квантовых вычислений (квантовая цепь, квантовый отжиг, адиабатические квантовые вычисления).

2. Представлен обзор современного состояния исследуемой области (определены распространенные критерии оптимизации, модели и методы оптимизации квантовых цепей).

Содержание главы 2:

1. Представлен обзор метода оптимизации квантовых цепей (с целью минимизации количества вентилей обмена) на линейной архитектуре ближайшего соседа, где квантовые вентили (операторы) могут выполняться только на соседних кубитах. В основе данного метода лежит глобальное переупорядочивание кубитов с помощью иерархического сбалансированного разбиения графа смежности кубитов пополам.

2. Предложена модификация данного метода: применение задачи о разбиении графа на k частей [9] и решение данной задачи методом квантового отжига (вместо классического программного обеспечения). Для решения задачи методом

квантового отжига задача представляется в формате задачи квадратичной бинарной оптимизации без ограничений (КБОО) [32]:

$$\sum_{j=1}^{k} \mathbf{x}_j{}^T L \mathbf{x}_j + \sum_{j=1}^{k} \alpha_j \left(\sum_{i=1}^{N} x_{ij} - \frac{N}{k} \right)^2 + \sum_{i=1}^{N} \gamma_i \left(\sum_{j=1}^{k} x_{ij} - 1 \right)^2 \rightarrow_{\{x_{ij}\}} \min, \tag{1}$$

где $\mathbf{x}_j = [x_{1j}, \ldots, x_{Nj}]^T$ – $(N \times 1)$ характеристический вектор подграфа j; α_j и γ_i – "штрафные" коэффициенты [16] ($j = 1, \ldots, k;\ \ i = 1, \ldots, N$); L – матрица Лапласа с элементами:

$$L_{ij} = \begin{cases} \sum_{k=1}^{N} w(\{i,k\}), & \text{если } i = j \\ -w(\{i,j\}), & \text{иначе.} \end{cases}$$

3. Разработана программа, реализующая данный подход к оптимизации квантовых цепей.

4. Проведен анализ чувствительности параметров производительности подхода к величине "штрафного" коэффициента.

5. Проведены численные эксперименты с использованием квантового отжига (на машине D-Wave) и в режиме симуляции.

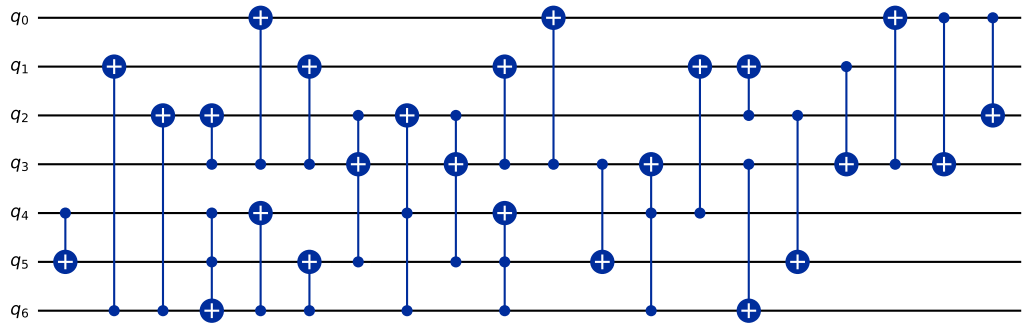

Рис. 1: Вентиль Хэмминга. Требуется 64 вентиля обмена для выполнения на линейной архитектуре ближайшего соседа.

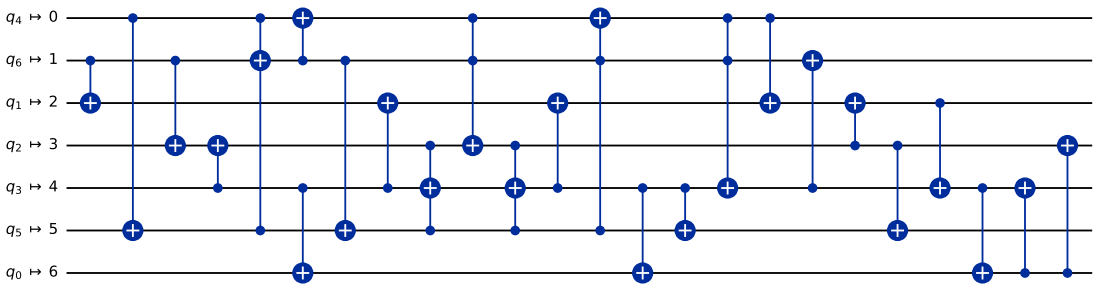

Рис. 2: Представление вентиля Хэмминга после оптимизации при выполнении разбиения графа на 4 части на машине `D-Wave`. Для выполнения на линейной архитектуре ближайшего соседа требуется 60 вентилей обмена.

6. Проведен сравнительный анализ результатов с результатами, полученными с использованием классического ПО (metis и функция partition() [Python]).

Содержание главы 2:

1. Представлен обзор метода оптимизации квантовых цепей (с целью минимизации количества вентилей обмена) на двумерной архитектуре ближайшего соседа. В основе данного метода лежит локальное переупорядочивание кубитов с помощью теории выполнимости булевых формул и эвристического поиска оптимального обхода графа A^+. Идея заключается в разделении исходной цепи на подцепи, внутри которых вентили выполняются на соседних кубитах после соответствующего переупорядочивания кубитов. Для формулирования задачи выполнимости булевых формул используются следующие условия:

   Условие 1 Взаимодействующие кубиты должны быть соседними.

   Условие 2 Каждый кубит должен размещаться только в одной ячейке двумерной архитектуры.

   Условие 3 В каждой ячейке двумерной архитектуры должно размещаться не более одного кубита.

2. Предложена модификация данного метода: использовать квантовый отжиг для решения задачи выполнимости булевых формул вместо классического решателя с помощью библиотеки qubovert [Python], переводящей задачу выполнимости булевых формул в формат КБОО, понятный для квантового отжига.

3. Разработана программа, реализующая данный подход к оптимизации квантовых цепей.

4. Проведены численные эксперименты с использованием квантового отжига (на машине D-Wave) и в режиме симуляции.

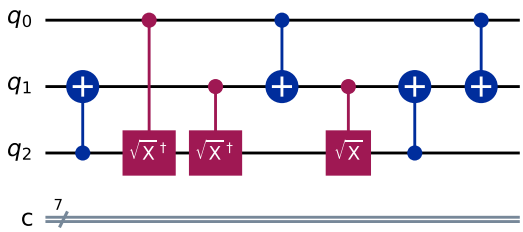

Рис. 3: Вентиль Фредкина. Изначально требуется 6 вентилей обмена для выполнения на архитектуре $A = \begin{bmatrix} q_0 & q_1 \\ q_2 & - \end{bmatrix}$.

После оптимизации цепь делится на две подцепи (как показано на Рис. 4). Кубиты располагаются согласно $A^1 = \begin{bmatrix} q_2 & q_1 \\ q_0 & - \end{bmatrix}$ и $A^2 = \begin{bmatrix} q_1 & q_2 \\ q_0 & - \end{bmatrix}$ в первой и второй подцепях, соответственно. Требуется 1 вентиль обмена, чтобы перейти от размещения A^1 к A^2 (для перестановки q_1 и q_2).

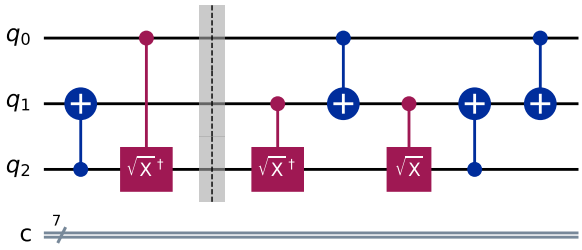

Рис. 4: Вентиль Фредкина, представленный на Рис. 3, после оптимизации.

5. Проведен сравнительный анализ результатов с результатами, полученными с использованием классического ПО (PicoSAT).

Библиографический список использованной литературы

[1] Alfailakawi M. G., Ahmad I., Hamdan S. Harmony-Search Algorithm for 2D Nearest Neighbor Quantum Circuits Realization // Expert Systems with Applications. — 2016. — November. — Vol. 61, no. C. — P. 16–27. — Access mode: https://doi.org/10.1016/j.eswa.2016.04.038.

[2] An ant colony based mapping of quantum circuits to Nearest Neighbor architectures / Bhattacharjee A., Bandyopadhyay C., Mukherjee A., Wille R., Drechsler R. and Rahaman H. // Integration. — 2021. — May. — Vol. 78. — P. 11–24. — online; accessed: https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0167926020303114 (online; accessed: 2021-10-14).

[3] Bolhasani H., Rahmani A. An Introduction to Quantum Computers Architecture. — 2019. — January.

[4] Carugno C., Ferrari Dacrema M., Cremonesi P. Evaluating the job-shop scheduling problem on a D-Wave quantum annealer // Scientific Reports. — 2022. — April. — Vol. 12, no. 1.

[5] Chakrabarti A., Sur-Kolay S., Chaudhury A. Linear Nearest Neighbor Synthesis of Reversible Circuits by Graph Partitioning. — 2011. — Access mode: https://arxiv.org/abs/1112.0564.

[6] Chhangte L., Chakrabarty A. Near-optimal circuit mapping with reduced search paths on IBM quantum architectures // Microprocessors and Microsystems. — 2022. — October. — Vol. 94. — P. 104637. — Access mode: http://dx.doi.org/10.1016/j.micpro.2022.104637.

[7] Childs A. M., van Dam W. Quantum algorithms for algebraic problems // Reviews of Modern Physics. — 2010. — January. — Vol. 82, no. 1. — P. 1–52. — Access mode: https://doi.org/10.1103%2Frevmodphys.82.1.

[8] Dalla Chiara M. L., Giuntini R., Sergioli G. A Quantum Approach to Pattern Recognition and Machine Learning. Part II // International Journal of Theoretical Physics. — 2024. — February. — Vol. 63, no. 2. — P. 1–10.

[9] Divide-and-Conquer Approximation Algorithms via Spreading Metrics / Even G., Naor J. S., Rao S., and Schieber B. // Journal of the ACM (JACM). — 2000. — July. — Vol. 47, no. 4. — P. 585–616. — Access mode: https://doi.org/10.1145/347476.347478.

[10] Efficient tensor network simulation of IBM's largest quantum processors / Patra S., Jahromi S. S., Singh S., and Orús R. // Physical Review Research. — 2024. — March. — Vol. 6. — P. 013326. — Access mode: https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevResearch.6.013326.

[11] Fauseweh B. Quantum many-body simulations on digital quantum computers: State-of-the-art and future challenges // Nature Communications. — 2024. — March. — Vol. 15, no. 1. — Access mode: http://dx.doi.org/10.1038/s41467-024-46402-9.

[12] Improved Look-Ahead Approaches for Nearest Neighbor Synthesis of 1D Quantum Circuits / Bhattacharjee A., Bandyopadhyay C., Wille R., Drechsler R., and Rahaman H. // 2019 32nd International Conference on VLSI Design and 2019 18th International Conference on Embedded Systems (VLSID). — 2019. — January. — P. 203–208.

[13] Jain S. Solving the Traveling Salesman Problem on the D-Wave Quantum Computer // Frontiers in Physics. — 2021. — November. — Vol. 9. — P. 760783.

[14] Kitaev A. Y. Quantum computations: algorithms and error correction // Russian Mathematical Surveys. — 1997. — December. — Vol. 52, no. 6. — P. 1191–1249. — Access mode: http://dx.doi.org/10.1070/RM1997v052n06ABEH002155.

[15] kiutra GmbH. Quantum Computer Temperature: Do They Need to Be Cold? — 2023. — Access mode: https://kiutra.com/quantum-computer-temperature-do-they-need-to-be-cold/.

[16] Lucas A. Ising formulations of many NP problems // Frontiers in Physics. — 2014. — Vol. 2. — Access mode:

[17] McGeoch C., Farré P., Boothby K. The D-Wave Advantage2 Prototype // D-Wave Technical Report Series. — 2022. — P. 14–1063A–A.

[18] Morita S., Nishimori H. Convergence theorems for Quantum Annealing // Journal of Physics A: Mathematical and General. — 2006. — November. — Vol. 39, no. 45. — P. 13903–13920. — online; accessed: https://iopscience.iop.org/article/10.1088/0305-4470/39/45/004 (online; accessed: 2021-10-05).

[19] Phillipson F. Quantum Computing in Logistics and Supply Chain Management an Overview. — 2024. — 2402.17520.

[20] Preskill J. Quantum Computing in the NISQ era and beyond // Quantum. — 2018. — August. — Vol. 2. — P. 79. — Access mode: http://dx.doi.org/10.22331/q-2018-08-06-79.

[21] Saeedi M., Wille R., Drechsler R. Synthesis of quantum circuits for Linear Nearest Neighbor architectures // Quantum Information Processing. — 2011. — June. — Vol. 10, no. 3. — P. 355–377. — online; accessed: http://link.springer.com/10.1007/s11128-010-0201-2 (online; accessed: 2022-09-15).

[22] Schlosshauer M. Quantum decoherence // Physics Reports. — 2019. — October. — Vol. 831. — P. 1–57. — Access mode: http://dx.doi.org/10.1016/j.physrep.2019.10.001.

[23] Sedlák M., Plesch M. Towards optimization of quantum circuits // Open Physics. — 2008. — January. — Vol. 6, no. 1. — online; accessed: https://www.degruyter.com/doi/10.2478/s11534-008-0039-8 (online; accessed: 2021-10-14).

[24] Shafaei A., Saeedi M., Pedram M. Optimization of quantum circuits for interaction distance in Linear Nearest Neighbor architectures // 2013 50th ACM/EDAC/IEEE Design Automation Conference (DAC). — 2013. — P. 1–6.

[25] Shor P. W. Algorithms for quantum computation: discrete logarithms and factoring // Proceedings 35th Annual Symposium on Foundations of Computer Science. — 1994. — P. 124–134.

[26] Shor P. W. Scheme for reducing decoherence in quantum computer memory // Physical Review A. — 1995. — October. — Vol. 52. — P. R2493–R2496. — Access mode: https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.52.R2493.

[27] Slysz M., Kurowski K., Waligóra G. Solving Combinatorial Optimization Problems on a Photonic Quantum Computer. — 2024. — 2409.13781.

[28] Solving The Travelling Salesman Problem Using A Single Qubit. — 2024. — 2407.17207.

[29] Suppressing quantum errors by scaling a surface code logical qubit / Acharya R., Aleiner I., Allen R., Andersen T. I., Ansmann M., Arute F., Arya K., Asfaw A., Atalaya J., Babbush R., Bacon D., Bardin J. C., Basso J., Bengtsson A., Boixo S., Bortoli G., Bourassa A., Bovaird J., Brill L., Broughton M., Buckley B. B., Buell D. A., Burger T., Burkett B., Bushnell N., Chen Y., Chen Z., Chiaro B., Cogan J., Collins R., Conner P., Courtney W., Crook A. L., Curtin B., Debroy D. M., Del Toro Barba A., Demura S., Dunsworth A., Eppens D., Erickson C., Faoro L., Farhi E., Fatemi R., Flores Burgos L., Forati E., Fowler A. G., Foxen B., Giang W., Gidney C., Gilboa D., Giustina M., Grajales Dau A., Gross J. A., Habegger S., Hamilton M. C., Harrigan M. P., Harrington S. D., Higgott O., Hilton J., Hoffmann M., Hong S., Huang T., Huff A., Huggins W. J., Ioffe L. B., Isakov S. V., Iveland J., Jeffrey E., Jiang Z., Jones C., Juhas P., Kafri D., Kechedzhi K., Kelly J., Khattar T., Khezri M., Kieferová M., Kim S., Kitaev A., Klimov P. V., Klots A. R., Korotkov A. N., Kostritsa F., Kreikebaum J. M., Landhuis D., Laptev P., Lau K.-M., Laws L., Lee J., Lee K., Lester B. J., Lill A., Liu W., Locharla A., Lucero E., Malone F. D., Marshall J., Martin O., McClean J. R., McCourt T., McEwen M., Megrant A., Meurer Costa B., Mi X., Miao K. C., Mohseni M., Montazeri S., Morvan A., Mount E., Mruczkiewicz W., Naaman O., Neeley M., Neill C., Nersisyan A., Neven H., Newman M., Ng J. H., Nguyen A., Nguyen M., Niu M. Y., O'Brien T. E., Opremcak A., Platt J., Petukhov A., Potter R., Pryadko L. P., Quintana C., Roushan P., Rubin N. C., Saei N., Sank D., Sankaragomathi K., Satzinger K. J., Schurkus H. F., Schuster C., Shearn M. J., Shorter A., Shvarts V., Skruzny J., Smelyanskiy V., Smith W. C., Sterling G., Strain D., Szalay M., Torres A., Vidal G., Villalonga B., Vollgraff Heidweiller C., White T., Xing C., Yao Z. J., Yeh P., Yoo J., Young G., Zalcman A., Zhang Y., and Zhu N. // Nature. — 2023. — February. — Vol. 614, no. 7949. — P. 676–681. — Access mode: `http://dx.doi.org/10.1038/s41586-022-05434-1`.

[30] A Survey of Universal Quantum von Neumann Architecture / Liu Y.-T., Wang K., Liu Y.-D., and Wang D.-S. // Entropy. — 2023. — Vol. 25, no. 8. — Access mode: `https://www.mdpi.com/1099-4300/25/8/1187`.

[31] Synthesis of quantum circuits in Linear Nearest Neighbor model using Positive Davio Lattices / Perkowski M., Lukac M., Shah D., and Kameyama M. // Facta universitatis - series: Electronics and Energetics. — 2011. — January. — Vol. 24.

[32] Ushijima-Mwesigwa H., Negre C. F. A., Mniszewski S. M. Graph Partitioning Using Quantum Annealing on the D-Wave System // Proceedings of the Second International Workshop on Post Moores Era Supercomputing. — New York, NY, USA : Association for Computing Machinery. — 2017. — PMES'17. — P. 22–29. — Access mode: https://doi.org/10.1145/3149526.3149531.

[33] Wakaki H., Yamashita S. Mapping a Quantum Circuit to 2D Nearest Neighbor Architecture by Changing the Gate Order // IEICE Transactions on Information and Systems. — 2019. — November. — Vol. E102.D. — P. 2127–2134.

[34] Youvan D. Quantum Computation at Absolute Zero: Theoretical Implications and Potential. — 2024. — June.

[35] Yu Y. A Research Review on Job-Shop Scheduling Problem // E3S Web of Conferences. — 2021. — January. — Vol. 253. — P. 02024.

[36] Zulehner A., Paler A., Wille R. An Efficient Methodology for Mapping Quantum Circuits to the IBM QX Architectures // IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems. — 2019. — Vol. 38, no. 7. — P. 1226–1236.